

## Цель работы

Экспериментальное получение света с различными состояниями поляризации (эллиптической, циркулярной, линейной), изучение свойств четвертьволновой пластинки (пластинки  $\lambda/4$ ), анализ эллиптически поляризованного света.

## Идея эксперимента

Применение двулучепреломляющих кристаллических пластинок позволяет изменять состояние поляризации падающего излучения путем изменения ориентации пластинки.

## I. Теория

### §1.1. Поляризация электромагнитных волн

Из электромагнитной теории света, базирующейся на системе уравнений Максвелла, следует, что световые волны поперечны. Это означает, что в распространяющейся в вакууме или изотропной среде бегущей электромагнитной волне в любой момент времени и в любой точке пространства вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  и магнитного поля  $\vec{H}(\vec{r}, t)$  образуют с волновым вектором  $\vec{k}$  правую тройку векторов. В общем случае в произвольном сечении, ортогональном к направлению распространения волны, могут присутствовать все возможные направления колебаний взаимно перпендикулярных векторов  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  и  $\vec{H}(\vec{r}, t)$ . Такое излучение принято называть *естественным* (пример: излучение обычной электрической лампочки). Если же колебания вектора  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  происходят всегда только в одной плоскости, то такое излучение называют *плоско поляризованным* или *линейно поляризованным*, а плоскость, образованную векторами  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  и  $\vec{k}$  — *плоскостью поляризации* (ранее плоскостью поляризации называли плоскость, образованную векторами  $\vec{H}(\vec{r}, t)$  и  $\vec{k}$ ).

Линейно поляризованное излучение можно получить из естественного с помощью различных поляризационных приспособлений, основными из которых являются *поляризаторы*. В основе работы этих приборов лежат следующие физические явления: двойное лучепреломление, дихроизм (дихроичное поглощение), отражение и рассеяние света. В последнее время в поляризационных измерениях используются в основном поляризаторы, работа которых основана на двух первых оптических явлениях. В данной работе в качестве поляризаторов используются пленочные (дихроичные) поляроиды\*. Они представляют собой растянутые полимерные пленки, у которых поглощение света зависит от направления колебаний вектора  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ . Эти полимерные материалы практически полностью пропускают одну из компонент поля  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  в волне и поглощают перпендикулярную к ней компоненту. В результате после прохождения через поляроид излучение линейно поляризовано в плоскости пропускания поляроида.

Пусть пучок естественного света интенсивностью  $I_0$  проходит последовательно через два поляроида, плоскости пропускания которых образуют угол  $\alpha$ . Найдем зависимость интенсивности прошедшего света  $I(\alpha)$  от угла  $\alpha$ . Так как в естественном свете присутствуют все возможные направления поляризации, то после прохождения первого поляроида, называемого в этом случае *поляризатором*, излучение станет линейно поляризованным с интенсивностью  $I_1 = I_0/2$ . Плоскость пропускания второго поляроида (называемого *анализатором*) повернута на угол  $\alpha$  относительно плоскости поляризации падающей на него волны, поэтому через него пройдет только соответствующая компонента вектора  $E_2 = E_1 \cdot \cos \alpha$ .

Так как интенсивность  $I \sim E^2$ , то в результате получим:

$$I_2 = I_1 \cdot \cos^2 \alpha$$

Полученная зависимость носит название *закона Малюса*.

Если для световой волны задано направление распространения, то в общем случае ее можно представить как суперпозицию двух линейно поляризованных волн, для которых направления поляризации взаимно перпендикулярны. Для естественного света характерно хаотическое изменение амплитуд и фаз каждой из этих волн. Если же амплитуды обеих волн постоянны, а разность фаз остается постоянной, то в зависимости от разности фаз будут наблюдаться различные состояния поляризации волны. Рассмотрим подобную ситуацию более подробно.

---

\* В зависимости от типа поляризации выходного излучения поляризаторы разделяются на линейные, циркулярные и эллиптические. Линейный поляризатор называется *поляроидом*.

Пусть вдоль оси  $Z$  распространяются две монохроматические линейно поляризованные волны, для которых  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ , а плоскости поляризации взаимно перпендикулярны. Тогда для компонент результирующего поля  $\vec{E}(z, t)$  волны можно записать:

$$\begin{aligned} E_x(z, t) &= a \cdot \cos(\omega t - kz + \varphi_1), \\ E_y(z, t) &= b \cdot \cos(\omega t - kz + \varphi_2), \end{aligned}$$

где  $k=2\pi/\lambda$  — волновое число;  $a$  и  $b$  — амплитуды каждой из волн;  $\Phi_1 = \omega t - kz + \varphi_1$  и  $\Phi_2 = \omega t - kz + \varphi_2$  — фазы каждой из волн;  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — начальные значения фазы каждой из волн.

Исключая  $(\omega t - kz)$ , получим уравнение траектории для результирующего колебания в виде уравнения эллипса:

$$\frac{E_x^2}{a^2} + \frac{E_y^2}{b^2} - \frac{2 \cdot E_x E_y}{ab} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi,$$

где  $\Delta\varphi = \Phi_1 - \Phi_2 = \varphi_1 - \varphi_2$  — разность фаз.

В зависимости от соотношения амплитуд  $a$  и  $b$  и разности фаз  $\varphi_1 - \varphi_2$  состояние поляризации результирующей волны будет различной.

1) Начальные значения фаз равны друг другу:  $\varphi_1 = \varphi_2$ .

В этом случае  $\frac{E_x(z, t)}{a} = \frac{E_y(z, t)}{b}$ , и результирующая волна является линейно поляризованной волной с амплитудой  $A_0 = \sqrt{a^2 + b^2}$ , при этом ее плоскость поляризации образует угол  $\alpha = \arctg(b/a)$  с осью  $X$  (рис. 1д).

2) Разность фаз  $\Phi_1 - \Phi_2 = \varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = \pm\pi$ .

В этом случае  $\frac{E_x(z, t)}{a} = -\frac{E_y(z, t)}{b}$ , и результирующая волна также будет линейно поляризованной с амплитудой  $A_0 = \sqrt{a^2 + b^2}$ , а ее плоскость поляризации будет образовывать угол  $\alpha = -\arctg(b/a)$  с осью  $X$  (рис. 1а и 1к).

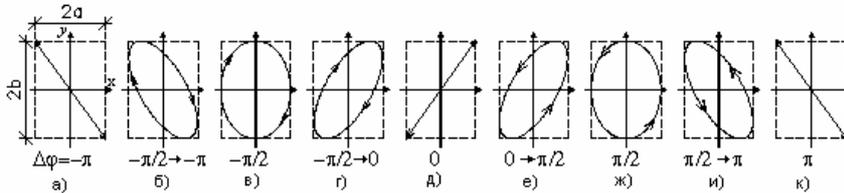


Рис. 1. Поляризация волны при различных значениях разности фаз.

3) Разность фаз  $\Phi_1 - \Phi_2 = \varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = \pi/2$ , т.е. волна, поляризованная вдоль оси  $X$  опережает<sup>1</sup> на  $\pi/2$  волну, поляризованную вдоль оси  $Y$ .

В этом случае  $\left(\frac{E_x(z, t)}{a}\right)^2 + \left(\frac{E_y(z, t)}{b}\right)^2 = 1$ , при этом вектор  $\vec{E}(z, t)$  результирующего поля в любой точке оси  $Z$  будет вращаться в плоскости  $z = \text{const}$  против часовой стрелки (наблюдение ведется навстречу волне), а конец вектора будет описывать эллипс с полуосями  $a$  и  $b$ , ориентированными вдоль осей  $X$  и  $Y$  (рис. 1ж). Такую волну называют *левой эллиптически поляризованной* волной. Если при этом  $a=b$ , то длина вектора  $\vec{E}(z, t)$  остается неизменной и равной

<sup>1</sup> Поясним смысл понятий «опережает» и «отстает». Сравним два момента времени  $t_1$  и  $t_2$ , для которых в произвольной точке  $z=z_0$  фазы обеих волн будут равны друг другу:

$$\Phi_1(t_1) = \omega t_1 - kz_0 + \varphi_1 = \Phi_2(t_2) = \omega t_2 - kz_0 + \varphi_2 = \Phi_0$$

в итоге получаем:  $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = \omega(t_2 - t_1)$ . Если  $\Delta\varphi > 0$ , то  $t_2 > t_1$ , т.е. некоторое событие (равенство фазы  $\Phi_1(t_1) = \Phi_0$ ) для первой волны наступает раньше, чем то же событие (равенство фазы  $\Phi_2(t_2) = \Phi_0$ ) для второй волны. Следовательно, первая волна опережает вторую по фазе.

а. Такую волну называют *поляризованной по кругу*, или *циркулярно поляризованной*, причем в данном случае говорят о **левой** круговой поляризации волны.

4)  $\Phi_1 - \Phi_2 = \varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$ , т.е. волна, поляризованная вдоль оси  $X$  отстает на  $\frac{\pi}{2}$  от волны, поляризованной вдоль оси  $Y$ .

Результаты будут аналогичны результатам, полученным в п.3, только вектор  $\vec{E}(z,t)$  результирующего поля будет вращаться по часовой стрелке, и такую волну называют *правой циркулярно* или *эллиптически поляризованной* волной (рис.1в).

5) в общем случае, для произвольного соотношения  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  результирующий вектор  $\vec{E}(z,t)$  будет вращаться в плоскости  $z=const$ , при этом его конец будет описывать эллипс. Ориентация осей эллипса и их размер будут полностью определяться отношением амплитуд  $b/a$  и разностью фаз  $\varphi_1 - \varphi_2$ . Направление вращения результирующего вектора зависит только от знака разности фаз  $\Delta\varphi$ . Разобравшие выше случаи позволяют сформулировать следующее правило (с учетом периодичности разность фаз  $\Delta\varphi$  будем считать лежащей в интервале от  $-\pi$  до  $+\pi$ ):

- а)  $\Delta\varphi = 0$  или  $\Delta\varphi = \pm\pi$  - линейно поляризованная волна;
- б)  $0 < \Delta\varphi < \pi$  - лево поляризованная волна (рис.1е-1и);
- в)  $-\pi < \Delta\varphi < 0$  - право поляризованная волна (рис. 1б-1г).

Таким образом, в общем случае вдоль оси  $Z$  будет распространяться **эллиптически поляризованная** волна (линейная поляризация есть частный случай эллиптической поляризации, когда размер одной из полуосей эллипса равен нулю).

Из приведенных соотношений следует, что волну с произвольной поляризацией можно всегда представить как сумму двух линейно поляризованных волн с взаимно перпендикулярными направлениями поляризации. В свою очередь, любую линейно поляризованную волну можно представить как сумму двух циркулярно поляризованных волн с левой и правой поляризациями.

Обратим внимание на следующий факт. Хотя значение разности фаз существенным образом влияет на состояние поляризации результирующей волны, интенсивность волны не зависит от  $\Delta\varphi$  и пропорциональна сумме квадратов амплитуд составляющих:  $I \sim a^2 + b^2$ . Это связано с тем, что две волны со взаимно перпендикулярными направлениями поляризации *не интерферируют* друг с другом, т.е. интенсивность суммы таких волн равна сумме их интенсивностей<sup>2</sup>.

## §1.2. Распространение света в анизотропных средах

Для экспериментального получения эллиптически поляризованной волны из линейно поляризованной используют анизотропные кристаллические пластинки, в которых волны с ортогональными направлениями поляризации распространяются с различными скоростями. В результате в зависимости от толщины соответствующей пластинки можно получить любое состояние поляризации волны после прохождения пластинки.

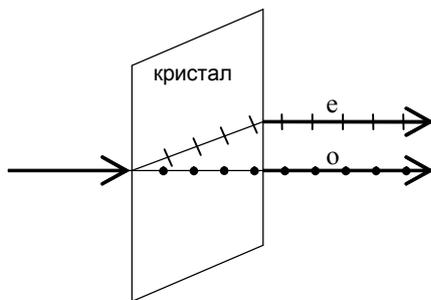


Рис.2. Двойное лучепреломление света. Точками и черточками показано направление колебаний вектора  $E$ .

В анизотропных веществах оптические свойства не одинаковы в различных направлениях, вследствие чего наблюдается целый ряд интересных явлений. В частности, в 1670г. датский исследователь Эразм Бартолин впервые наблюдал явление, названное впоследствии явлением *двойного лучепреломления*. Если на кристалл из исландского шпата,

вырезанную определенным образом, нормально к поверхности направить луч света, то на выходе наблюдаются два луча (рис.2). Один из них проходит через

кристалл без отклонения и представляет собой продолжение падающего. Его принято называть *обыкновенным лучом* (о). Второй, несмотря на нормальное падение, испытывает преломление и выходит параллельно первому, но при этом несколько смещен в сторону. Этот луч называют *необыкновенным* (е). С помощью анализатора можно убедиться, что выходящие лучи, во-первых, линейно поляризованы, а во-вторых, их плоскости поляризации взаимно перпендикулярны.

<sup>2</sup> Напомним, что под интенсивностью понимают модуль *среднего* значения плотности потока энергии  $\vec{S}$  (вектор Умова-Пойнтинга), пропорционального  $E^2(t)$ . Поэтому хотя амплитуда линейно поляризованной волны, равная  $A_0 = \sqrt{a^2 + b^2}$ , больше амплитуды циркулярно поляризованной, для которой амплитуда постоянна и равна  $A_0 = a = b$ , среднее значение  $\langle E^2(t) \rangle$  останется неизменным.

Величина смещения второго луча относительно первого зависит как от толщины, так и от ориентации пластины. Оказалось, что для исландского шпата существует такое направление в кристалле, при распространении света вдоль которого двойное лучепреломление не наблюдается, т.е. сохраняются как направление распространения, так и поляризация. Такое направление называют *оптической осью* кристалла.

Анизотропные кристаллы подразделяют на *одноосные* и *двуосные*. В *одноосных* существует единственное направление, при распространении вдоль которого не происходит расщепление падающего пучка. К таким кристаллам относятся кристаллы из исландского шпата, кварца и др. В *двуосных* кристаллах явление двулучепреломления не наблюдается для двух направлений распространения и для таких кристаллов не существует понятий обычного и необыкновенного лучей. Примером двуосного кристалла является слюда. При дальнейшем рассмотрении речь будет идти только об одноосных кристаллах.

Физической причиной анизотропии является тот факт, что возникающий в таких кристаллах под действием электрического поля оптической волны дипольный момент не совпадает по направлению с электрическим полем волны. Это вызвано тем, что величина смещения электронов в кристалле зависит от направления вектора электрического поля. Поэтому поляризуемость атомов, а следовательно, значения диэлектрической проницаемости и показателя преломления будут различными для разных направлений поляризации распространяющихся в кристалле волн. В итоге после прохождения пластины, сделанной из анизотропного вещества, состояние поляризации может измениться.

Пусть на одноосный кристалл по направлению, не совпадающему с оптической осью кристалла, падает пучок света. Плоскость, образованную направлением распространения падающего света, и направлением оптической оси кристалла, принято называть *главным сечением кристалла*. Падающий свет можно представить как сумму двух линейно поляризованных волн со взаимно перпендикулярными направлениями поляризации: первая волна поляризована в плоскости, перпендикулярной к главному сечению кристалла (она называется *обыкновенной*), а для второй плоскость поляризации совпадает с главным сечением (такая волна называется *необыкновенной*). Можно показать, что обыкновенная волна распространяется в кристалле во всех направлениях с одинаковой скоростью и характеризуется постоянным значением показателя преломления, обозначаемым  $n_o$ . Для необыкновенной волны скорость распространения зависит от направления распространения, для нее значение показателя преломления, максимально отличающееся от  $n_o$ , обозначается  $n_e$ . В зависимости от знака разности ( $n_e - n_o$ ) кристаллы подразделяются на положительные и отрицательные: если  $(n_e - n_o) > 0$ , то кристалл - *положительный*, если наоборот - то *отрицательный*. Так как скорость распространения света в веществе с показателем преломления  $n$  равна  $v = c/n$  ( $c$  - скорость света в вакууме), то в положительном кристалле скорость распространения обыкновенной волны  $v_o = c/n_o$  больше скорости распространения необыкновенной  $v_e$ , лежащей в интервале от  $c/n_e$  до  $c/n_o$ . При этом максимальное значение скорости распространения необыкновенной волны  $v_e = c/n_o$  (совпадает со скоростью обыкновенной) будет при распространении волны вдоль оптической оси, а минимальное  $v_e = c/n_e$  - при распространении строго перпендикулярно к оптической оси. В отрицательном кристалле, напротив, обыкновенная волна распространяется медленнее необыкновенной, для которой скорость  $v_e$  лежит в интервале от  $c/n_o$  до  $c/n_e$ .

Рассмотрим случай, когда линейно поляризованный свет  $E(z,t) = E_0 \cdot \cos(\omega t - kz)$  падает нормально на пластину, сделанную из одноосного кристалла, параллельные грани которой вырезаны вдоль оптической оси, т.е. оптическая ось лежит в плоскости грани (на рис.3 свет распространяется вдоль оси  $Z$ , а оптическая ось совпадает с осью  $X$ ). Пусть плоскость поляризации падающего света составляет угол  $\alpha$  с главным сечением кристалла — плоскостью  $XOZ$  (в данном случае угол  $\alpha$  — это угол между направлением поляризации волны и оптической осью кристалла). В дальнейшем будем считать, что угол  $\alpha$  меняется в пределах от  $-\pi/2$  до  $+\pi/2$ . Разложим падающую волну на две составляющие - для одной соответствующая компонента вектора  $E$  будет параллельна оптической оси, для другой - перпендикулярна (рис.3). Амплитуда колебаний поля для первой волны будет задаваться выражением  $a = |E_0| \cdot \cos\alpha$ , а для второй -  $b = |E_0| \cdot |\sin\alpha|$  (заметим, что так как знак  $\sin\alpha$  зависит от знака  $\alpha$ , то при  $\alpha < 0$  следует учесть изменение фазы второй волны на  $\pi$ ). Таким образом, через кристалл в одном направлении, но с различной скоростью будут распространяться две волны, поляризованные во взаимно перпендикулярных направлениях, которые принято называть *главными направлениями* кристаллической пластинки.

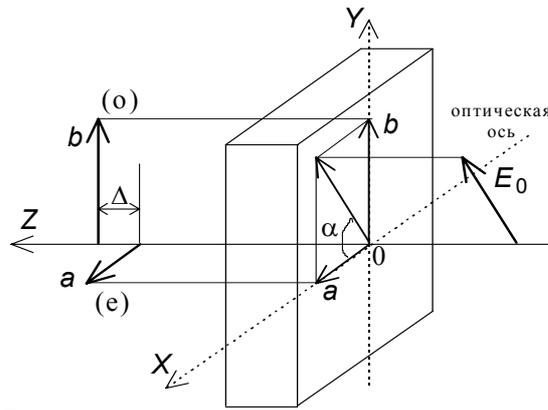


Рис.3. Прохождение линейно поляризованного света через кристалл.

В соответствии с вышесказанным, первая волна является необыкновенной (ее плоскость поляризации совпадает с главным сечением), а так как направление распространения волны перпендикулярно к оптической оси, то для нее показатель преломления будет равен  $n_e$ . Для второй волны - обыкновенной (ее плоскость поляризации перпендикулярна главному сечению) - показатель преломления равен  $n_o$ . Скорости распространения таких волн задаются формулами  $v_e=c/n_e$  и  $v_o=c/n_o$ . Если толщина пластины равна  $d$ , то оптическая разность хода  $\Delta$  на выходе из пластины будет равна  $\Delta=(n_e-n_o)\cdot d$ , и, следовательно, разность фаз  $\delta$  между двумя волнами, поляризованными во взаимно перпендикулярных направлениях, после выхода из пластинки (в вакууме) будет равна  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (n_e-n_o)\cdot d$ . При этом в отсутствии поглощения амплитуды каждой из волн останутся неизменными и равными  $a$  и  $b$ .

Предположим для определенности, что  $n_e - n_o > 0$  (примером такого вещества является кварц). В зависимости от угла  $\alpha$  и разности фаз  $\delta$  поляризация выходящей волны будет различной. Для анализа ситуации воспользуемся результатами, полученными ранее, при этом учтем, что так как разность фаз  $\delta$  может принимать любые значения, большие нуля, то с учетом периодичности для каждого  $\delta$  будем указывать соответствующее значение разности фаз  $\Delta\varphi$ , удовлетворяющего условию  $|\Delta\varphi| \leq \pi$ .

1)  $\alpha=0$  или  $\alpha=\pi/2$ ,  $\delta$ —любое.

В этом случае состояние поляризации и амплитуда волны после прохождения кристалла не изменятся, так как амплитуда одной из составляющих на входе в кристалл (либо  $a$ , либо  $b$ ) будет равна нулю.

2)  $0 < |\alpha| < \pi/2$ ,  $\delta=2\pi m$  ( $m=0,1,2,\dots$ ),  $\Delta\varphi=0$ .

Состояние поляризации и амплитуда волны также не изменятся, так как возникающая между двумя взаимно перпендикулярными составляющими волны разность фаз кратна  $2\pi$ .

3)  $0 < |\alpha| < \pi/2$ ,  $\delta=\pi+2\pi m$  ( $m=0,1,2,\dots$ ),  $\Delta\varphi=\pi$ .

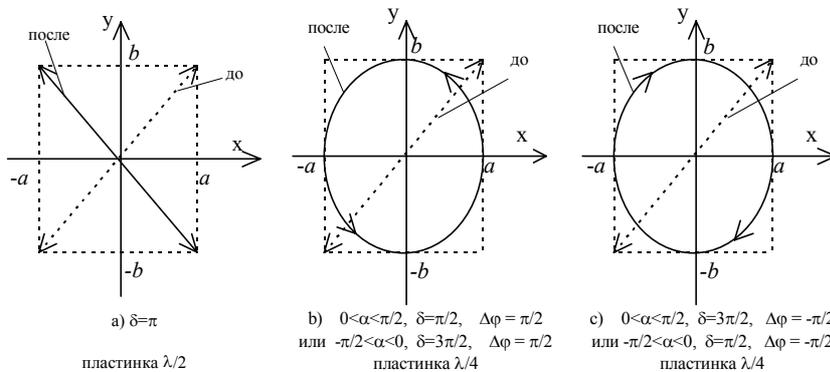


Рис.4. Схема изменения состояния линейной поляризации волны при прохождении двулучепреломляющей пластинки

Выходящая волна останется линейно поляризованной, но плоскость поляризации повернется на угол  $2|\alpha|$  и составит угол  $(-\alpha)$  с оптической осью (рис.4а). Такую пластинку принято называть *пластинкой  $\lambda/2$* , так как разность хода  $\Delta$ , соответствующая заданной разности фаз  $\delta$ , будет равна  $\Delta=\lambda/2\pm\lambda m$  ( $m=0,1,2,\dots$ ). Так как амплитуда волны не изменяется, то пластинка  $\lambda/2$  может использоваться

для поворота плоскости поляризации исходной волны на любой наперед заданный угол.

4)  $0 < \alpha < \pi/2$ ,  $\delta=\pi/2+2\pi m$  ( $m=0,1,2,\dots$ ),  $\Delta\varphi=\pi/2$ .

Необыкновенная волна «обгоняет» обыкновенную по фазе на  $\pi/2$ , поэтому на выходе будет наблюдаться эллиптическая лево поляризованная волна, причем оси эллипса будут ориентированы по направлениям поляризации исходных составляющих волны (рис.4b). Такую пластинку называют *пластинкой  $\lambda/4$*  (разность хода  $\Delta = \lambda/4 \pm \lambda m$  ( $m=0,1,2,\dots$ )). Если  $\alpha = \pi/4$ , то  $a = b = |E_0|/\sqrt{2}$ , и, следовательно выходящая волна будет иметь круговую поляризацию и амплитуду  $|E_0|/\sqrt{2}$ .

5)  $0 < \alpha < \pi/2$ ,  $\delta = 3\pi/2 + 2\pi m$  ( $m=0,1,2,\dots$ ),  $\Delta\varphi = -\pi/2$ .

Хотя разность фаз  $\delta > 0$ , но соответствующее значение  $\Delta\varphi < 0$  (как отмечалось выше,  $|\Delta\varphi| \leq \pi$ ), в итоге необыкновенная волна «отстанет» от обыкновенной по фазе на  $\pi/2$ , и на выходе будет наблюдаться эллиптическая право поляризованная волна, и оси эллипса будут ориентированы по направлениям поляризации исходных составляющих волны (рис.4c). Такую пластинку также называют *пластинкой  $\lambda/4$*  (разность хода  $\Delta = -\lambda/4 \pm \lambda m$  ( $m=1,2,\dots$ )).

6)  $-\pi/2 < \alpha < 0$ ,  $\delta = \pi/2 + 2\pi m$  ( $m=1,2,\dots$ ),  $\Delta\varphi = -\pi/2$ .

В отличие от случая 4) значение  $\alpha$  отрицательно, что, как отмечалось выше, эквивалентно изменению фазы второй волны на входе в пластину на угол  $\pi$ . Это приведет и к соответствующему изменению  $\Delta\varphi$ . В итоге результирующая волна будет иметь, как и в случае 5), эллиптическую правую поляризацию. Эта пластинка также является *пластинкой  $\lambda/4$* .

7)  $-\pi/2 < \alpha < 0$ ,  $\delta = 3\pi/2 + 2\pi m$  ( $m=0,1,2,\dots$ ),  $\Delta\varphi = \pi/2$ .

Повторяя рассуждения, приведенные для случая 6), отметим, что результирующая волна будет иметь, как и в случае 4), эллиптическую левую поляризацию.

8) В общем случае, для произвольных значений  $\alpha$  и  $\delta$  на выходе из пластинки волна будет иметь, вообще говоря, эллиптическую поляризацию с различными значениями соотношения полуосей и их ориентации<sup>3</sup>.

Пластинка  $\lambda/4$  широко используется в оптических исследованиях как для получения круговой поляризации, так и для анализа поляризационных свойств светового пучка. Как уже отмечалось выше, если на нее направить линейно поляризованный пучок света, то:

а) если плоскость поляризации совпадает с главной плоскостью кристалла или перпендикулярна к ней, то характеристики выходного пучка будут полностью совпадать с характеристиками входного;

б) если условие а) не выполнено, то на выходе пластинки  $\lambda/4$  всегда будет наблюдаться эллиптически поляризованная волна (которая при угле  $|\alpha| = \pi/4$  превратится в круговую) с полуосями  $a$  и  $b$ , причем одна из осей эллипса всегда будет совпадать с оптической осью кристалла, а направление вращения будет зависеть от угла  $\alpha$  и разности фаз  $\delta$ . Отметим, что получение круговой поляризации из линейной может быть достигнуто только с помощью пластинки  $\lambda/4$ .

С помощью пластинки  $\lambda/4$  можно преобразовать эллиптически поляризованный свет в линейно поляризованный.

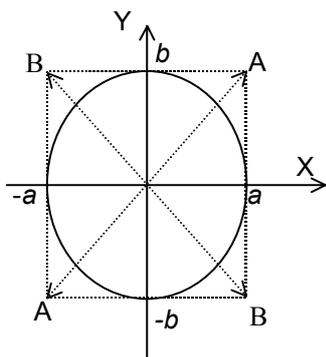


Рис.1доп. Схема изменения состояния эллиптической поляризации волны при прохождении пластинки  $\lambda/4$ .

Как отмечалось выше, эллиптически поляризованный свет всегда можно представить как сумму двух линейно поляризованных волн, у которых направления поляризации взаимно перпендикулярны. На рис. 1доп. показан эллипс, соответствующий эллиптически поляризованной волне, оси которого ориентированы вдоль осей X и Y. Эту волну можно представить в виде суммы двух линейно поляризованных волн, направления поляризации которых совпадают с осями X и Y. Тогда амплитуды этих линейно поляризованных волн будут равны соответственно  $a$  и  $b$ , а разность фаз между ними равна  $\pm\pi/2$  (знак зависит от направления вращения вектора поляризации в эллиптически поляризованной волне).

Пропустим такой свет через пластинку  $\lambda/4$ , главные направления которой совпадают с осями эллипса. Так как разность фаз, вносимая пластинкой также равна  $\pm\pi/2$ , то для прошедшей волны разность фаз между ее компонентами будет равна либо нулю, либо  $\pm\pi$ . Таким образом прошедшая волна станет линейно поляризованной, причем направление поляризации будет совпадать с одной из диагоналей прямоугольника, описанного вокруг эллипса (линии AA или BB).

<sup>3</sup> Для наглядного изучения вопросов прохождения поляризованного излучения через анизотропную среду можно воспользоваться интернет-иллюстрациями [5].

Пусть для определенности прошедшая волна поляризована вдоль направления AA, т.е. разность фаз между ее компонентами равна нулю. Повернем пластинку  $\lambda/4$  на 90 градусов, тогда разность фаз, вносимая пластинкой, изменит свой знак, разность фаз между компонентами станет равной  $\pi$ , тем самым, прошедшая волна станет поляризованной вдоль направления BB.

Именно такие действия осуществляются при выполнении упражнения 4 (пункт 7).

Отметим, что независимо от толщины пластинки, ее ориентации, состояния поляризации падающего пучка интенсивность пучка на выходе из пластинки *не изменится* (если поглощение и рассеяние света в пластинке пренебрежимо малы). Поэтому для определения характеристик выходного пучка необходимо использовать анализатор.

### §1.3. Анализ эллиптически поляризованного света

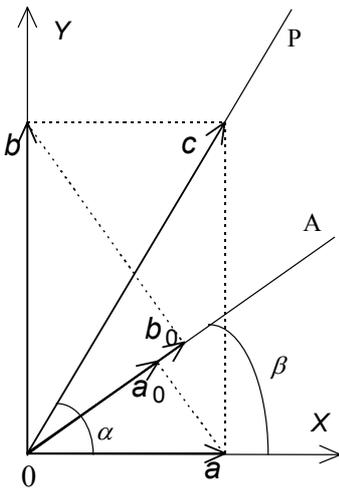


Рис.5.

Рассмотрим подробно случай, когда двулучепреломляющая пластинка расположена между поляризатором и анализатором. На рис.5 плоскость чертежа перпендикулярна к падающему пучку света. Пусть оптическая ось кристалла ориентирована вдоль оси X, плоскость поляризации падающего пучка (обозначена PO), задаваемая поляризатором, образует с осью X угол  $\alpha$ , а плоскость пропускания анализатора (обозначена AO) — угол  $\beta$ . Пусть амплитуда падающей волны равна  $c$ , тогда соответствующие амплитуды необыкновенной (ориентирована вдоль оси X) и обыкновенно (ориентирована вдоль оси Y) волн будут соответственно  $a = c \cdot \cos \alpha$  и  $b = c \cdot \sin \alpha$ .

После прохождения пластины амплитуды не изменятся, появится лишь разность фаз  $\delta$ . Анализатор пропустит лишь слагающие с колебаниями, направленными по АО, в результате их амплитуды будут равны

$$a_0 = c \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta,$$

$$b_0 = c \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta.$$

Эти две волны будут интерферировать, так как плоскости поляризации для них совпадают, в итоге для интенсивности результирующей волны можно записать:

$$I = a_0^2 + b_0^2 + 2a_0 \cdot b_0 \cdot \cos \delta = c^2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta + c^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta + 2c^2 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \delta$$

Заменяя  $\cos \delta = 1 - 2 \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}$ , получим для интенсивности прошедшего света:

$$I = I_0 \left[ (\cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta)^2 - 4 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2} \right] = I_0 \left[ \cos^2(\alpha - \beta) - \sin 2\alpha \cdot \sin 2\beta \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2} \right].$$

Если  $\alpha - \beta = \pi/2$  (поляризатор и анализатор скрещены), то

$$I = I_0 \cdot \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (1)$$

Если  $\alpha = \beta$  (поляризатор и анализатор параллельны), то

$$I = I_0 \cdot \left( 1 - \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2} \right). \quad (2)$$

Рассмотрим, как будет меняться интенсивность прошедшего света при скрещенных и параллельных поляроидах, если поворачивать пластину вокруг оси Z, т.е. изменять углы  $\alpha$  и  $\beta$ , но при этом  $\alpha - \beta = \text{const}$ .

При скрещенных поляроидах за один полный оборот для четырех направлений ( $\alpha = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ ) интенсивность света будет равна нулю. Эти направления соответствуют случаям, когда оптическая ось кристалла ориентирована по оси пропускания любого из поляроидов, и, следовательно состояние поляризации при прохождении пластинки изменяться не будет. Максимум интенсивности, наблюдаемый для  $\alpha = \pi/4 + m\pi/2$  ( $m=0,1,2,3$ ), будет равен

$$I = I_0 \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (3)$$

При параллельных поляроидах, напротив, для четырех направлений ( $\alpha=0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ ) интенсивность света будет максимальна и равна исходной. Минимум интенсивности, наблюдаемый для  $\alpha=\pi/4 + m\pi/2$  ( $m=0,1,2,3$ ), будет равен

$$I = I_0 \cdot \left(1 - \sin^2 \frac{\delta}{2}\right) = I_0 \cdot \cos^2 \frac{\delta}{2}. \quad (4)$$

Таким образом, если измерить отношение минимальной и максимальной интенсивностей при параллельных поляроидах, то можно с точностью до знака определить значение разности фаз  $\delta$  (знак разности фаз влияет на направление вращения вектора поляризации):

$$\cos \frac{\delta}{2} = \sqrt{\frac{I_{\text{мин}}}{I_{\text{мак}}}}. \quad (5)$$

Для определения направления вращения вектора поляризации, как отмечалось выше, необходимо использовать пластинку  $\lambda/4$ .

Одной из величин, характеризующих свойства поляризованного света, является *степень поляризации*  $P$ , задаваемая формулой:

$$P = \frac{I_{\text{мак}} - I_{\text{мин}}}{I_{\text{мак}} + I_{\text{мин}}}, \quad (7)$$

где  $I_{\text{мак}}$  и  $I_{\text{мин}}$  соответственно максимальная и минимальная интенсивности света, соответствующие двум взаимно перпендикулярным компонентам электрического вектора. Из формулы (7) видно, что для линейно поляризованного света степень поляризации  $P=1$ , а для круговой поляризации  $P=0$ .

## II. Эксперимент

### §2.1. Схема экспериментальной установки

В состав экспериментальной установки входят (рис.6):

1. Источник света — полупроводниковый лазер, излучение которого является строго монохроматическим (длина волны  $\lambda$  указана непосредственно на установке). Кроме этого, лазер излучает линейно поляризованное излучение, что позволяет проводить экспериментальные исследования без поляризатора.
2. Приемник излучения — фотодиод типа ФД-24К.
3. Поляриод - анализатор, заключенный во вращающуюся оправу со шкалой (цена деления шкалы 2 градуса).
4. Пластинка  $\lambda/4$  (длина волны соответствует длине волны лазера), заключенная во вращающуюся оправу.
5. Пластинка неизвестной толщины и ориентации, заключенная во вращающуюся оправу.
6. Цифровой измеритель тока фотодиода (значение тока пропорционально интенсивности света, падающего на фотодиод).
7. Оптическая скамья со специальными гнездами для крепления оптических элементов установки.

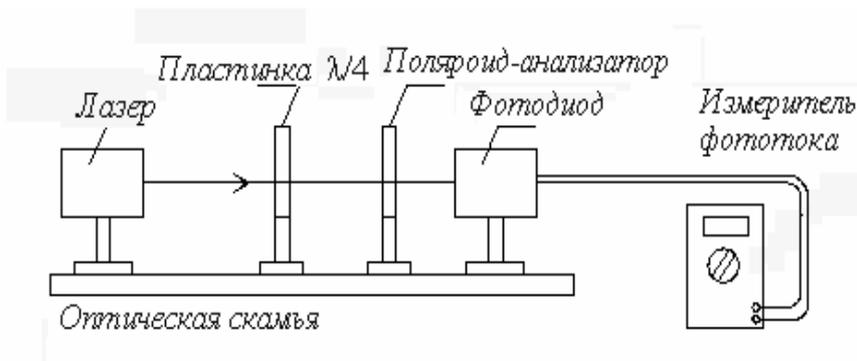


Рис.6. Схема экспериментальной установки.

Элементы оптической схемы устанавливаются в гнезда и фиксируются с помощью винтов. Лазер и фотодиод устанавливаются стационарно таким образом, чтобы луч лазера попадал строго в центр входного окна фотодиода. На пути луча помещаются (в зависимости от задания) остальные элементы схемы - поляриод-анализатор и пластинки. Анализатор ориентирован таким образом, чтобы при отсчете на его шкале, равном 90 градусам, излучение лазера не проходило через анализатор (плоскость поляризации лазерного излучения ортогональна плоскости пропускания анализатора). Пластинки представляют собой пленки из полимерного материала, обладающие двулучепреломлением.

Цифровой измеритель типа В830 работает в режиме измерения фототока, диапазон измерений выбирается в соответствии с величиной тока (обычно установлен максимальный диапазон - до 2000 микроампер).

**Внимание!** Так как лазер является источником направленного излучения мощностью около 1 милливатта, то не следует допускать попадания самого излучения и отраженных от элементов схемы лучей в глаз наблюдателя. Поэтому необходимо стараться устанавливать элементы таким образом, чтобы отраженный луч попадал на оправу лазера.

## §2.2. Проведение экспериментальных исследований

Так как в большинстве заданий требуется построение графиков в полярных координатах, то следует заранее подготовить несколько сеток полярных координат диаметром 70-80 мм с радиусами-векторами, проведенными через 10-20 градусов.

### Упражнение 1. Исследование линейно поляризованного света

1. Установить в ближайшее к фотоприемнику гнездо поляроид-анализатор. Проконтролировать, чтобы излучение лазера попадало на фотоприемник, а отраженный от анализатора луч — на оправу лазера. Установить максимальный диапазон для измеряемого тока на цифровом измерителе тока.

2. Перед началом измерений необходимо проверить ориентировку поляроида-анализатора. Для этого следует установить поляроид-анализатор на деление 90 градусов, при этом значение интенсивности прошедшего света должно быть близко к нулю. Если это не так, то, ослабив стопорящий винт на кольцевой оправе, повернуть корпус анализатора и добиться выполнения этого условия.

3. Последовательно поворачивая анализатор каждый раз на 10-15 градусов, провести измерения фототока. Измерения проводятся для одного полного оборота анализатора вокруг собственной оси.

4. Построить на заготовленной координатной сетке в полярных координатах график зависимости нормированного значения интенсивности от угла поворота анализатора, при этом значение интенсивности нормируется на ее максимальное значение.

5. Построить на той же сетке график функции  $\cos^2 \alpha$  от угла поворота  $\alpha$ , причем ориентация экспериментального и теоретического графиков (направления на максимум) должны совпадать. Из полученных результатов сделать вывод о поляризации лазерного излучения.

### Упражнение 2. Исследование пластинки $\lambda/4$ . Получение излучения, поляризованного по кругу

1. Установить в среднее гнездо оптической скамьи пластинку  $\lambda/4$  (анализатор отсутствует).

2. Убедиться в том, что интенсивность света, прошедшего через пластинку, не зависит от ее ориентации. Для этого провести измерения интенсивности за один полный оборот пластинки. Так как пленки из полимера обладают небольшим поглощением, зависящим от направления поляризации падающего излучения, то будет наблюдаться небольшое изменение интенсивности. Отметить минимальное и максимальное значения интенсивности и записать полученные значения в тетрадь (построение графика не требуется).

3. Установить в ближайшее к фотоприемнику гнездо поляроид-анализатор и убрать пластинку  $\lambda/4$ . Повернуть анализатор так, чтобы интенсивность прошедшего света была максимальной, т.е. поляризатор и анализатор параллельны (при правильной ориентировке анализатора значение угла на его шкале будет равно 0 или 180 градусам). После этого вновь установить пластинку  $\lambda/4$ .

4. Последовательно поворачивая пластинку каждый раз на 10 градусов, провести измерения зависимости фототока от угла ее поворота (для одного полного оборота). При этом следует с максимально возможной точностью определить значения углов, при которых интенсивность света принимает максимальное или минимальное значения (таких углов должно быть по четыре для каждого случая).

В соответствии с формулой (4), описывающей измеряемую зависимость, значения интенсивности в точках максимумов (или минимумов) должны быть одинаковыми. Однако из-за наличия поглощения в пленке значения будут несколько отличаться друг от друга. Поэтому следует вычислить среднее арифметическое для максимальных и минимальных значений интенсивности и оценить погрешность. По формуле (5) найти значение разности фаз  $\delta$ , вносимой пластинкой и оценить погрешность. Так как исследуемая пластинка является пластинкой  $\lambda/4$ , то значение  $\delta$  должно получиться близким к  $\pi/2$ .

5. Построить на заготовленной координатной сетке в полярных координатах график зависимости интенсивности прошедшего света от угла поворота пластинки.

6. Найти на графике значения четырех углов ориентации пластины, для которых интенсивность прошедшего света максимальна, и провести через полученные значения отсчетов два диаметра. В соответствии с теорией, эти диаметры должны быть взаимно перпендикулярны, при этом один из них должен совпадать с направлением оптической оси кристалла. Данные оси являются главными направлениями пластинки. Записать полученные значения углов (обозначим их  $\beta_i$ ,  $i=1, \dots, 4$ ).

7. Повернуть оправу пластинки и установить на ней отсчет, соответствующий биссектрисе угла между главными направлениями - это значение отсчета должно соответствовать направлению на минимум интенсивности. В результате проходящий через пластинку свет должен быть поляризован по кругу. Так как небольшие погрешности (на 5-7 градусов) при установке пластинки приводят к существенным отличиям поляризации от круговой, то следует придерживаться следующей методики.

После установки пластинки в нужное положение повернуть анализатор на один полный оборот и запомнить минимальное и максимальное значения интенсивности. Если эти значения отличаются более, чем на 15—20 процентов, то слегка (на 2—3 градуса) повернуть пластинку и повторить измерения. Подобные операции следует проводить до тех пор, пока отличие не станет менее 15 процентов. Если не удается добиться удовлетворительного результата, то следует повернуть пластинку на 90 градусов и провести аналогичные поиски для другого направления на минимум.

Так как пластинка обладает поглощением, то добиться идеальной круговой поляризации, скорее всего, не удастся. Поэтому необходимо найти такую ориентацию пластинки, для которой регистрируемая зависимость будет максимально близкой к круговой. Записать значение угла поворота пластинки, при котором была получена круговая поляризация.

8. Поворачивая анализатор каждый раз на 15-20 градусов, провести измерения зависимости фототока от угла поворота анализатора (для одного полного оборота). Построить на той же координатной сетке, что и в пункте 5 настоящего упражнения, соответствующий график для интенсивности.

### **Упражнение 3. Получение и исследование эллиптически поляризованного света с помощью пластинки $\lambda/4$**

1. Изменить найденную для получения круговой поляризации ориентацию пластинки  $\lambda/4$  на угол  $+30^\circ$  (либо  $-30^\circ$ ). Провести (так же, как и в предыдущих упражнениях) анализ поляризованного света и построить на одной координатной сетке график зависимости интенсивности от угла поворота анализатора.

2. В дальнейшем следует определить форму светового колебания, т.е. построить на той же координатной сетке фигуру, описываемую концом вектора  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  в распространяющейся волне. Согласно теории, полученная фигура должна представлять собой эллипс, ориентация осей которого должна совпадать с направлениями на минимум и максимум интенсивности (для пластинки  $\lambda/4$  эти оси должны соответствовать главным направлениям пластинки). Отношение размеров полуосей эллипса  $a$  и  $b$  можно найти из формулы

$$\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{I_{\max}}{I_{\min}}}$$

(амплитуда пропорциональна квадратному корню из интенсивности).

3. Рассчитать на основе теоретических представлений отношение размеров полуосей эллипса и сравнить его с полученным в эксперименте. Зная соотношение полуосей  $a$  и  $b$ , построить на тех же осях эллипс в соответствии с формулой

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

### **Упражнение 4. Получение и исследование эллиптически поляризованного света с помощью пластинки неизвестной толщины и его анализ**

1. Убрать пластинку  $\lambda/4$  и установить анализатор параллельно направлению поляризации лазерного излучения (интенсивность прошедшего света максимальна).

2. Установить пластинку неизвестной толщины. Последовательно поворачивая пластинку, измерить интенсивность прошедшего света и построить график зависимости интенсивности от угла поворота пластинки.

3. Найти на графике значения четырех углов ориентации пластины, для которых интенсивность прошедшего света максимальна, и провести через полученные значения отсчетов два диаметра. В соответствии с теорией, эти диаметры являются главными направлениями пластинки и должны быть взаимно перпендикулярны.

4. Провести еще два диаметра через точки графиков, соответствующих минимуму интенсивности. Согласно теории, эти диаметры образуют углы  $45^\circ$  с ранее построенными диаметрами. В соответствии с формулой (5) отношение значений интенсивности для этих направлений должно быть равно  $\cos^2 \frac{\delta}{2}$ , где  $\delta$  — разность фаз, вносимая пластинкой. Рассчитать данное значение (оно определяется с точностью до знака). Таким образом, в результате эксперимента определены ориентация осей пластинки и вносимая пластинкой разность фаз.

5. Установить неизвестную пластинку в положение, соответствующее минимуму интенсивности. Последовательно поворачивая анализатор каждый раз на 10-15 градусов, провести измерения зависимости фототока от угла поворота анализатора. Измерения проводятся для одного полного оборота анализатора вокруг собственной оси.

6. Построить на заготовленной координатной сетке в полярных координатах график зависимости интенсивности от угла поворота анализатора. Полученная зависимость должна соответствовать эллиптической поляризации. Определить значения углов поворота анализатора, соответствующих положению осей эллипса (обозначим их  $\psi_i$ ,  $i=1, \dots, 4$ ).

7. Установить последовательно за неизвестной пластинкой пластинку  $\lambda/4$ , ориентированную так, чтобы оси эллипса для неизвестной пластинки совпадали с главными направлениями пластинки  $\lambda/4$ . Угол поворота пластинки  $\lambda/4$  определяется как сумма значений одного из углов  $\beta_i$ , найденных в упр.2, и одного из углов  $\psi_i$ , найденных в п.6 настоящего упражнения.

8. Поворачивая последовательно анализатор на 10-15 градусов, снять зависимость интенсивности прошедшего света от угла поворота анализатора и построить график (на тех же осях, что и в п.6). Объяснить, почему получившаяся зависимость имеет именно такой вид.

9. Повернуть пластинку  $\lambda/4$  на 90 градусов в любом направлении и повторить измерения зависимости интенсивности прошедшего света от угла поворота анализатора. Построить на тех же осях, что и в п.6 и 8 график зависимости. Объяснить получившиеся результаты.

### Основные итоги работы

*В ходе выполнения работы должно быть проведено исследование линейно поляризованного света, с помощью двулучепреломляющих пластинок получено излучение с эллиптической и круговой поляризацией, а также изучены основные свойства поляризационных устройств — пластинок  $\lambda/4$ .*

### Контрольные вопросы.

1. Какой свет называется линейно поляризованным?
2. Чем отличается естественный свет от линейно поляризованного?
3. Могут ли продольные волны быть линейно поляризованными?
4. В чем состоит явление двойного лучепреломления?
5. Что такое оптическая ось кристалла? Какие направления в кристалле называются главными?
6. Почему интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды вектора  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ ?
7. Что называется плоскостью поляризации?
8. Как отличить свет с левой и с правой круговой поляризацией?
9. Как отличить естественный свет от света, поляризованного по кругу, и от смеси естественного света со светом, поляризованному по кругу?

### Литература

1. Ландсберг Г.С. Оптика. М., Наука, 1976, гл. XVI- XVIII.
2. Матвеев А.Н.. Оптика. М., Высшая школа, 1985, §5, 42, 43.
3. Бутиков Е.И. Оптика. М., Высшая школа, 1985, §1.2, 4.1.
4. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. М., Наука, 1985, гл. VII.
5. <http://genphys.phys.msu.ru> раздел «Практикум»